Ⅳ　液体ヘリウムの相転移に関するReview

物性研　　鈴　木　増　雄

（8月1日受理）

これは鈴木増雄氏の講義を永井克彦氏が記録したメモである。

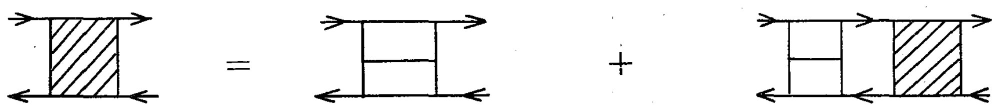
Ⅰ）Microscopic Theory

ⅰ）Patashinsky & Pokrovski　　　　JETP 19（'64）677

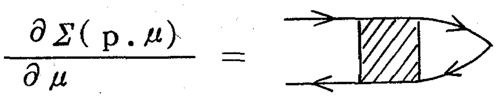
初めて，比熱の対数発散を与えた論文で，当時の研究者に衝撃を与えた。

Green 函数をDyson 方程式の形に書き，Self − consistent に解くことを試みる。

Vertex　　　　　　　　irreducible part



とSelf-Energy をWord Identity を用いて



の様に結びつけ，vertex にhomogeneous form を仮定して $\omega_n = 0$ でself-consistent方程式と次元解析で解く，

その結果，$T = T_c$ でcritical mode

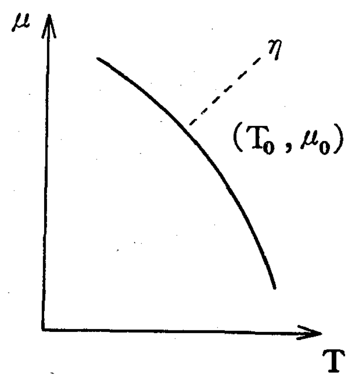
$$\Sigma(p) \sim p^{3/2}$$

が得られ

$$G(p, 0, \mu) \sim (p^{3/2} + \eta)^{-1}$$

但し η は，T ，μ の λ-lineからのずれを表わし，λ-line 近くでは，

$$\eta \simeq a(T - T_0) + b(\mu - \mu_0)\text{。}$$



その結果

$$\frac{\partial N}{\partial \mu} = I \sum_{n} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \quad G^2 (p, \omega_n, \mu) \quad \frac{\partial \Sigma}{\partial \mu}$$

$$\sim \int \frac{p^2 \, dp}{(p^{3/2} + \eta)^2} \quad \sim \ell n \, \eta$$

$$\therefore \quad N \sim \eta \, \ell_n \, \eta \qquad (\text{ total number })$$

$$\Omega \sim \eta^2 \, \ell_n \, \eta \qquad (\text{ thermodynamic potential })$$

$$C_p \simeq \frac{\partial^2 \Omega}{\partial T^2} \sim - \ell_n \, \eta \sim - \ell_n \, | T - T_0 |$$

(T_0 は λ − line 上の一点)

但し，実験的に測られるのは C_V であるという指摘が，ソ連の人達，あるいは，川本宏氏によって与えられているし，発散の amplitude を調べないと，実際に観測されるかどうか言えない。

ii) Batyev et al. JETP <u>19</u> ('64) 1412

超伝導への P。 P. 理論の適用，但し， Fermi 面の存在する為に， critical region が $(T_c / E_f)^4 > |\varepsilon|$

$$(T_c / E_f)^4 = 10^{-16}$$

に限られ，実験的には， Landau − Ginzburg 的記述で間に合う。

iii) Polyakov JETP <u>28</u> ('69) 533

Scaling relation を一般的に導く試み

S − matrix の unitarity (あるいは， T − matrix の optical Theorem) と用いて， propagator の積分方程式を立てる

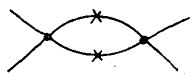
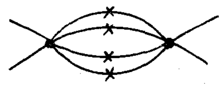
Unitarity Condition

$$2 \; Im \; T = T^* T$$

particle number 表示 $| \, n \rangle$ で中間状態を表示して

$$2 \quad Im \; \Gamma_{n_1, n_2} = \sum_{e=1}^{\infty} \Gamma_{n_1 e} \; \Gamma_{e n_2}$$

example,

$2\ \mathrm{Im}\ \Gamma_{22} =$  $+$ 

vartex に homageneity を仮定すると，結果はKadanoffと同じものがえられる。

correlation length $\xi \sim \varepsilon^{-\nu}$

correlation function $r^{-(d-2+\eta)}$

specific heat $C \sim \varepsilon^{-\alpha}$

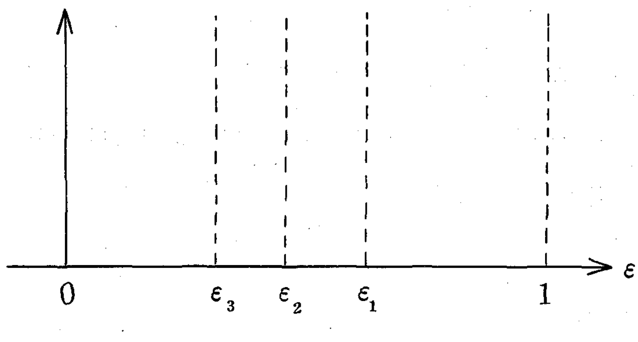
$$\alpha = d\nu - 2$$

iV) A.A.Migdal JETP 28 ('69) 1036

詳細は，統計力学の研究会での話を参考にしてもらいたいが要点は，renormalized chargeの概念が用いられていること，足しやすい波数（例えばMDT）をひろって，足しあげると，effective な renormalized charge g が得られる。gの数値は，系の次元，対称性相互作用の range から決まってしまう。その g を用いて，renormalized vertex を展開することにより，直接，α，β等の critical indexが gのベキで展開出来る。

V) Gould－Wong Phys. Rev. A4 ('71) 719

理想ボーズ気体も相転移を起こすことに着目し，相互作用 V_0 が小さい $\left|\frac{V_0}{kT_c}\right| \ll 1$ と仮定して摂動的に取り扱う，その際，subcritical region を考え



$1 > \varepsilon > \varepsilon_1 = V_0/kT_c$ の range では V_0/kT_c の一次のconnection でよく即ち分子場近似でよい。

$\varepsilon_1 > \varepsilon > \varepsilon_2 = (V_0/kT_c)^2$ では，2次の connection を考えなければならぬ。

Ⅵ) Wilson Phys. Rev. 4B ('71) 3174, 3184

Configuration spaceを分割し，短波長のところから平均していく，

波数→0への近接は，recurtion formula の安定解としてえられる。

(統計力学研究会参照)

Ⅱ) Scaling with a parameter

ⅰ) M. Suzuki. Prog.Theor. Phys. 46 ('71) 1054

$$\mathscr{H} = \mathscr{H}_0 + \lambda \mathscr{H}_1$$

λは系の，次元，対称性，potential range と変換するパラメーター

Universalityの仮定とは，$\lambda = 0$，$\lambda \neq 0$で質的に異なり，例えばcritical exponent 等は$\lambda \neq 0$ならλの値によらぬ。

熱力学量Qの平均値をλでcummulant展開する。

$$\langle Q \rangle = Q_0 + \lambda \langle Q_1 \rangle + \lambda^2 \langle Q_2 \rangle \cdots\cdots$$
$$= \varepsilon^{-\gamma_Q} \ g\left(\frac{\lambda}{\varepsilon^{\phi}}\right)$$

$g(x)$は$x = 0$で有限とすると，$\varepsilon^{\phi} \gg \lambda$ 即ち $\varepsilon \gg \lambda^{\frac{1}{\phi}}$ である限り，critical index は unperturbed Hamiltonion のγ_Qが観測される。

$\varepsilon \ll \lambda^{1/\phi}$の時に，初めて，total Hamiltnion 持有な index $\dot{\gamma}_Q$ が表われる，そういう意味で$\varepsilon^x = \lambda^{1/\phi}$ はcrossover temperature としての意味をもつ。